

Resolución de la prueba de acceso a la Universidad. Física. Junio de 2006

PREGUNTAS TEÓRICAS

Consultar la redacción disponible en la página *web*.

CUESTIONES

C.1 (No hace falta utilizar la constante de Planck.)

$$E = hv = h \frac{c}{\lambda} \rightarrow E_{700} \cdot 700 = E_{550} \cdot 550 \rightarrow E_{550} = 2.84 \cdot 10^{-19} \frac{700}{550} = 3.61 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

C.2 El campo eléctrico oscila en el plano XY a lo largo de la recta $y = x$. Como la onda se propaga a lo largo del eje Z, el campo magnético oscilará también en el plano XY pero en la dirección \perp a la del campo eléctrico; es decir, a lo largo de la recta $y = -x$.

D.1 En la cuerda se produce una onda estacionaria que cumple la relación $L = n \frac{\lambda}{2} = n \frac{v}{2f}$. En

el modo fundamental $n = 1$. Así: $f = \frac{v}{2L} = \frac{422}{2 \cdot 0.64} = 329.69 \text{ Hz}$

D.2 Según los datos del enunciado la desintegración seguiría una ley lineal, lo cual es incorrecto ya que la ley de desintegración es exponencial decreciente.

(O bien, numéricamente:
$$\left. \begin{aligned} N &= 2N \cdot e^{-\lambda} \\ N &= 3N \cdot e^{-2\lambda} \end{aligned} \right\}, \text{ pero } 3 \neq 2^2. \text{ Las ecuaciones son incompatibles.})$$

PROBLEMAS

P.1 Según el enunciado (astros puntuales) no es preciso considerar los radios al calcular distancias.

a) Nos piden el valor de la gravedad terrestre en un punto situado en la Luna. Es decir:

$$g = G \frac{m_T}{d_{TL}^2} = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{5.97 \cdot 10^{24}}{(3.84 \cdot 10^8)^2} = 2.7 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

b) Nos preguntan por la rapidez del movimiento en las órbitas. Podemos interpretar esta "rapidez" en términos de velocidad lineal o de velocidad angular. Como primera inspección, si tomamos los valores aproximados de 28 y 365 días para los períodos de la Luna y de la Tierra, respectivamente, encontramos que:

$$\omega = 2\pi / T \rightarrow \omega_T / \omega_L = T_L / T_T = 28 / 365 = 0.077, \text{ es decir, la Tierra da menos vueltas que la Luna por unidad de tiempo; luego la Tierra es más lenta (y no más rápida como pregunta el enunciado) en términos de velocidad angular.}$$

En términos de velocidad lineal. Las velocidades lineales se obtienen de:

$$F = G \frac{m_S m_T}{d_{ST}^2} = m_T \frac{v_T^2}{d_{ST}} \rightarrow v_T = \sqrt{G \frac{m_S}{d_{ST}}}, \text{ y } v_L = \sqrt{G \frac{m_T}{d_{TL}}}. \text{ Entonces:}$$

$$v_T / v_L = \sqrt{\frac{m_S}{m_T} \frac{d_{TL}}{d_{ST}}} = \sqrt{\frac{3.84 \cdot 10^8}{1496 \cdot 10^8} \frac{1.99 \cdot 10^{30}}{5.97 \cdot 10^{24}}} = 29.25 \text{ veces más rápido se mueve la}$$

Tierra que la Luna.

En cualquier caso, la resolución exacta en términos de velocidad angular es:

$$\omega = v / R \rightarrow \frac{\omega_T}{\omega_L} = \frac{v_T}{v_L} \frac{d_{TL}}{d_{ST}} = 29.25 \cdot \frac{3.84 \cdot 10^8}{1496 \cdot 10^8} = 0.075 \text{ veces.}$$

La Tierra es más rápida recorriendo distancia pero más lenta dando vueltas (barriendo ángulo) en su órbita. Esto no es contradictorio, ya que la órbita de la Tierra es mucho mayor que la de la Luna.

c) En la posición de un eclipse de Sol, la Luna se encuentra entre el Sol y la Tierra. Entonces, la fuerza neta sobre la Luna será:

$$\begin{aligned} \vec{F} &= G \frac{m_T m_L}{d_{TL}^2} \vec{i} - G \frac{m_S m_L}{(d_{ST} - d_{TL})^2} \vec{i} = G m_L \left(\frac{m_T}{d_{TL}^2} - \frac{m_S}{(d_{ST} - d_{TL})^2} \right) \vec{i} = \\ &= 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 7.35 \cdot 10^{22} \left(\frac{5.97 \cdot 10^{24}}{(3.84 \cdot 10^8)^2} - \frac{1.99 \cdot 10^{30}}{(1496 \cdot 10^8 - 3.84 \cdot 10^8)^2} \right) \vec{i} = -2.4 \cdot 10^{20} \vec{i} \text{ N} \end{aligned}$$

La fuerza neta va dirigida hacia el Sol (aunque a priori hubiésemos pensado que es mayor la fuerza que ejerce la Tierra). No es una contradicción, ya que aunque la Luna orbite alrededor de la Tierra atraída por ella, ambas se trasladan alrededor del Sol por la atracción de éste.

P.2

a) Sobre el protón actúa la fuerza de Lorentz: $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$, donde $\vec{v} = 10^5 \vec{i}$ m/s y $\vec{B} = 10^{-2} \vec{k}$ T. Tras es producto vectorial, la fuerza sobre el protón es:

$$\vec{F} = 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 10^5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-2} \end{vmatrix} = -1.6 \cdot 10^{-16} \vec{j} \text{ N}$$

b) Por el principio de conservación, la energía cinética ganada por el protón (al pasar del reposo hasta la velocidad que dice el enunciado) es igual a la disminución de su energía potencial entre los extremos del trayecto que recorre mientras se acelera: $\Delta E_c = -\Delta E_p$.

$$\begin{array}{ccc} 0 \text{ m/s} & \longrightarrow & 10^6 \text{ m/s} \\ \hline V_1 & & V_2 \end{array}$$

Como la energía potencial es el producto del potencial por la carga, tenemos:

$$\frac{1}{2} m v^2 = -q \cdot \Delta V = q \cdot (V_1 - V_2) \rightarrow \Delta V = -\frac{1}{2} \frac{m v^2}{q} = -\frac{1.67 \cdot 10^{-27} \cdot (10^6)^2}{2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}} = -52.19 \text{ V}$$

(El protón se mueve del punto 1 al punto 2; como su carga es positiva, el potencial en 1 es mayor y ΔV es negativa).

c) Igualando la fuerza magnética a la centrípeta: $qvB = m \frac{v^2}{R} \rightarrow B = m \frac{v}{qR}$

Los radios de las trayectorias descritas por el protón y el electrón son iguales, y las velocidades también. Entonces:

$$B_p q_p / m_p = B_e q_e / m_e \rightarrow B_e = -B_p m_e / m_p = -0.01 \cdot 9.1 \cdot 10^{-31} / 1.67 \cdot 10^{-27} = -5.45 \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

En forma vectorial: $\vec{B}_e = -5.45 \cdot 10^{-6} \vec{k} \text{ T}$

El campo sería de signo opuesto y mucho menor que el campo para el protón (menor en la relación que da el cociente de masas).

P.3

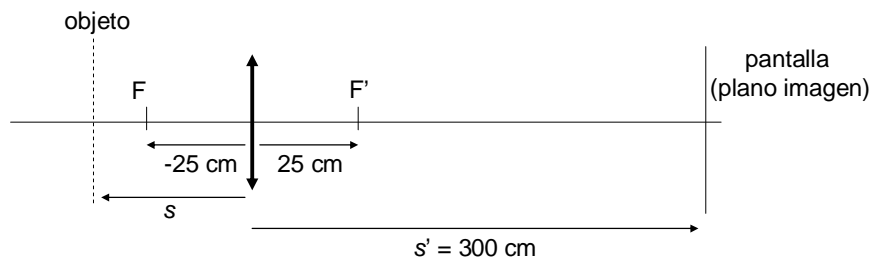
a) $n = \frac{c}{v} \rightarrow v = 3 \cdot 10^8 / 1.42 = 2.11 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

b) $P = \frac{1}{f'} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$. Por ser simétrica: $R_2 = -R_1 \rightarrow \frac{1}{f'} = (n-1) \frac{2}{R_1}$.

Despejando el radio de la primera cara obtenemos: $R_1 = 2(n-1)f' = 2 \cdot (1.42-1) \cdot 25 = 21 \text{ cm}$

El radio de la segunda cara es $R_2 = -21 \text{ cm}$. De acuerdo a los signos obtenidos, la lente es biconvexa.

c)



$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{1}{s} = \frac{1}{300} - \frac{1}{25} \rightarrow s = -27.27 \text{ cm. Entonces el objeto hay que situarlo a } 27.27 - 25 = 2.27 \text{ cm antes del foco objeto (F).$$